

Om Betingelserne for Isdannelse.

Af

C. Christiansen.

(Meddelt i Mødet den 20. Marts 1891.)

I en Afhandling om Planeternes Varmegrad, som er trykt i Selskabets Oversigter for 1886, søgte jeg at vise, at Jordens Temperatur var bestemt derved, at der maa være Ligevægt mellem den Varme, den modtager fra Solen, og den Varme, den afgiver til Himmerummet. Da Solen i et Minut meddeler en Kvadratcentimeter, der staar lodret paa Straaleretningen, en Varmemængde paa omtrent 2,5 Gram-Grader, maa der fra enhver lige saa stor Flade udstraales $\frac{1}{4}$ deraf til Himmerummet. Dette er dog kun at opfatte som en Middelværdi; de varmere Dele af Jordoverfladen maa sandsynligvis udstraale mere end de koldere. Iøvrigt er Solkonstantens Størrelse heller ikke nøje bekendt. Efter Langley skulde den være lig 2,8, efter nyere Forsøg af Crova omtrent lig 3; Vanskeligheden ved Bestemmelsen af den ligger i, at man ikke nøjagtig kan vide, hvor stor en Varmemængde Atmosfæren indtager. Medens der er gjort forholdsvis store Anstrængelser for at maale Solkonstanten, er der hidtil kun gjort meget lidt for at maale Udstraalingen. Der er hidtil egentlig kun to Forsøg i denne Retning at nævne.

Først har J. Maurer¹⁾ i Zürich maalt Udstraalingen fra en sværtet Kobberplade; han kom derved til det Resultat, at en vandret, sværtet Plade en Kvadratcentimeter stor, udstraalet omtrent 0,130 Gramcalorier i Minuttet ved en Temperatur af 15° C. Dernæst har J. M. Pernter²⁾ efter en lidt anden Methode bestemt Udstraalingen og fundet den lig 0,2. Den højere Værdi, som Pernter har fundet, er fremkommet ved, at Iagttagelserne ere anstillede paa et højtliggende Punkt og paa en Tid, der er gunstigere for Udstraalingen, nemlig i Februar Maaned.

Da jeg udgav den ovennævnte Afhandling, tænkte jeg ogsaa paa at anstille Forsøg i den samme Retning; den Methode, som jeg tænkte paa at anvende, var dog en ganske anden end den af d'Hrr. Maurer og Pernter benyttede. Jeg gik ud fra, at Isdannelsen i Naturen maatte være betinget dels af den kolde Luft, dels af Udstraalingen til Himmelrummet. At der kan dannes Is paa Vand, uden at Lufttemperaturen synker under Frysepunktet, er vel bekendt; derved kan man jo navnlig i Indien erholde temmelig betydelige Ismængder i en klar Nat; hvad vi her kalde Nattefrost, er et Fænomen af samme Slags; ogsaa Rimfrost hører derunder. Om nu Udstraalingen spiller nogen betydelig Rolle ved Isdannelsen om Vinteren, er vel ikke hermed afgjort, men det syntes mig dog at være højst rimeligt.

Da jeg ikke vel selv havde Lejlighed til at gøre Forsøg i denne Retning, henvendte jeg mig til Hr. Docent K. Prytz, som ogsaa beredvillig gik ind paa Planen. De Forsøg, han har anstillet, ere omtalte i Beretningen om Naturforsker mødet i Christiania 1886. Det viste sig allerede dengang tydeligt, at Udstraalingen bidrog til Isdannelsen, men der var for ringe Lejlighed til at anstille Forsøg dengang til at der kunde komme noget sikkert Resultat ud deraf.

¹⁾ Maurer. Sitzungsberichte der Berliner Academie 1887. S. 925.

²⁾ Pernter. Sitzungsberichte der Wiener Academie, Bd. 97, S. 1569. 1888.

Jeg har i denne Vinter søgt at faa Spørgsmaalet endelig besvaret; og jeg har da ogsaa overbevist mig om, at Udstraalingen er en vigtig, hos os vistnok den vigtigste Faktor ved Isdannelsen. Den forløbne Vinter har været særdeles gunstig til at anstille Forsøg i denne Retning; jeg har kunnet iagttage Frysningen i en større Vandbeholder, stillet midt paa Gaardspladsen paa den polytekniske Læreanstalt; en fuldstændig fri Horizont haves der jo ganske vist ikke, men Pladsen er dog tilstrækkelig til at komme til et Resultat.

Forsøgene anstilledes paa følgende Maade. Paa en større Beholder, der fyldtes med Vand, lod jeg to Metaltallerkener svømme, deres Diameter var 10 Tommer. Den ene af dem var blank, den anden sværtet, enten i en sodende Flamme eller med Kønrøg udrørt i Guldfernis. Inden de lagdes ud, blev den Is, der allerede var dannet paa Beholderen, omhyggelig fjernet; Vandet var da 0° C. Forsøgene begyndtes i Reglen Kl. 9 om Aftenen. Næste Morgen Kl. 9 maalttes Isens Tykkelse, og der foretoges da 3 Maalinger, nemlig af det fri Islags Tykkelse, A , af Islagets Tykkelse under den sværtede Tallerken, a , og endelig af Islagets Tykkelse under den blanke Tallerken, a_0 . Hovedresultatet af Forsøgene var da, at Tykkelserne A og a i Reglen ikke afvege meget fra hinanden, medens Islaget under den blanke Tallerken i klart Vejr var langt mindre end under de andre; flere Gange kun henved en Trediedel.

Der viste sig herved flere Vanskeligheder, som bevirkede, at en Del Forsøg mislykkedes; saameget fremgaar dog med Sikkerhed, at Udstraalingen spiller en Hovedrolle ved Isdannelsen, og der er heller ingen Tvivl om, at den maa kunne maales med ikke ringe Nøjagtighed ad denne Vej.

Med Hensyn til Theorien for Isdannelsen bemærkes følgende. Den første mig bekendte Undersøgelse derover er anstillet af L. de la Rive¹⁾; den Theori, han giver, kan kortelig gengives

¹⁾ Arch. sc. phys. (2) XIX. S. 177—205. Fortschritte der Physik XX. S. 397.

saaledes. Lad os antage, at det Vand, der fryser, har Temperaturen 0, at Isdannelsen er skredet saa langt frem, at Islagets Tykkelse er a og at Isen i Overfladen har Temperaturen ϑ_0 , medens Luften har Temperaturen ϑ . Dannes der da i Tiden dt et Islag af Tykkelse da , er Isens bundne Varme L og dens Vægtfylde ρ , vil derved for hver Kvadratcentimeter frigøres en Varmemængde $L\rho da$. Denne Varmemængde maa afgives til Luften, og de la Rive antager da, at den Varmemængde, Luften vil kunne modtage i Tidsenheden, er proportional med Differensen $\vartheta_0 - \vartheta$ mellem Isens og Luftens Varmegrad. Er altsaa h en konstant Størrelse, kan man sætte

$$L\rho da = h(\vartheta_0 - \vartheta)dt.$$

Antages endvidere, at Temperaturen tiltager jævnt fra Isens Overflade til dens Underflade, bliver den Varmemængde, som i et Sekund strømmer op igennem den, lig

$$\frac{k\vartheta_0}{a},$$

naar k er Isens Varmeledningsevne. Man har altsaa

$$L\rho da = h(\vartheta_0 - \vartheta)dt = -\frac{k\vartheta_0}{a}dt.$$

Af disse Ligninger faas, at

$$L\rho(\frac{1}{2}ha^2 + ka) = -kh\int_0^t \vartheta dt.$$

Herved er som sagt antaget, at Temperaturen voxer jævnt i Isen; dette er dog ikke Tilfældet; hvilken Indflydelse dette har paa Isdannelsen, er undersøgt af d'Hrr. Etatsraad L. Lorenz¹⁾ og J. Stefan²⁾. Den sidstnævnte har tillige sammenlignet Theorien med forskellige Iagttagelser, som ere anstillede i de arktiske Egne³⁾.

Vi ville her indskrænke os til at gaa frem paa den af de la Rive angivne Maade; kun ville vi antage, at der foruden

¹⁾ Christiansen Math. Fysik, Bd. II, S. 16. 1889.

²⁾ Wiener-Ber. 98. Abth. II a, S. 473. 1889.

³⁾ Wied. Ann., Bd. 42, S. 269.

Afledning til Luften tillige finder Udstraaing Sted. Kaldes den Varmemængde, som en Kvadratcentimeter udstraaer i et Sekund, S , har man da

$$L\rho da = h(\vartheta_0 - \vartheta)dt + Sdt = -\frac{k\vartheta_0}{a}dt.$$

Heraf faas, at

$$L\rho(\frac{1}{2}ha^2 + ka) = Skt - hk\int_0^t \vartheta dt,$$

eller, naar θ er Middelværdi af ϑ :

$$L\rho(\frac{1}{2}ha^2 + ka) = Skt - hk\theta t.$$

Sættes

$$\frac{L\rho}{2k} = \varphi,$$

faas

$$\varphi(ha^2 + 2ka) = St - h\theta t \dots\dots\dots I$$

Antages derimod, at man forhindrer Udstraaingen, f. Ex. ved at beklæde Isens Overflade med en tynd Metalplade, hvis Udstraaingsevne er forsvindende lille, erhoides

$$\varphi(ha_0^2 + 2ka_0) = -h\theta t \dots\dots\dots II$$

naar a_0 er Islagets Tykkelse. Elimineres h mellem de to sidste Ligninger, erhoides

$$S = \frac{L\rho(a - a_0)}{t} \frac{-\theta t + \varphi a a_0}{-\theta t - \varphi a_0^2} \dots\dots\dots III$$

Da θ i Virkeligheden er negativ og $-\theta t$ i Almindelighed meget større end $\varphi a a_0$, kan man tilnærmelsesvis sætte

$$St = L\rho(a - a_0) \dots\dots\dots IV$$

som udsiger, at Islaget $a - a_0$ er dannet ved Udstraaingen alene. Her er

$$L = 80, \rho = 0,9167, L\rho = 73,3.$$

Jeg skal nu anføre Resultatet af nogle Forsøg.

	Aften				Morgen				Min.	Timer.	Islagets Tykkelse			$a - a_0$	60 S
	° C.	H	V	F	° C.	H	V	F			Fri	Sort a	Blank a_0		
29 Dec.	- 2.4	4	2	89	- 4.4	3	3	81	— 5.8	12	2.40	1.90	0.60	0.061	
30 —	2.6	1	1	89	4.2	2	1	97	5.8	12	1.85	0.55	0.92	0.094	
2 Jan.	6.3	8	0	100	4.8	8	0	100	...	12	...	0.60	0.60	0.061	
3 —	9.2	7	1	100	2.8	6	1	98	9.7	14	...	0.85	0.30	0.022	
6 —	6.3	4	3	90	6.6	4	3	81	7.4	12	3.70	2.15	
8 —	7.5	7	1	97	5.8	8	1	98	8.8	14	1.95	1.20	0.40	0.035	
14 —	- 0.3	1	3	58	4.1	1	3	68	4.3	12	2.40	0.70	
15 —	- 6.0	0	1	71	7.0	4	1	81	9.8	11.7	3.50	1.65	1.40	0.146	
19 —	6.2	1	0	92	6.0	8	1	100	8.2	12	1.50	0.52	0.54	0.055	
20 —	3.3	4	2	87	2.9	6	3	96	3.5	12	...	0.80	0.45	0.046	
13 Febr.	3.2	0	1	71	3.1	7	1	72	4.9	...	1.8	0.70	

Temperaturerne ere for Aftenens Vedkommende maalte Kl. 9, om Morgenen Kl. 8. Under *H* er anført Vejrligets Karakter, Tallenes Betydning er følgende: 0 klart, 1 lidt skyet, 2 halv bedækket, 3 skyet, 4 bedækket, 5 Regn, 6 Sne, 7 taaget, 8 stærk Taage. Under *V* er Vindens Styrke, under *F* Fugtighedsgraden, og under «Min.» er Minimumstemperaturen angivet. De Tal, der ere anførte under «Morgen» svare til den paafølgende Morgen. Disse Angivelser ere dels tagne af Meteorologisk Instituts Bulletin, dels meddelte mig af meteorologisk Institut. Iagttagelserne ere for Størstedelen foretagne i Botanisk Have.

Frysningforsøgene begyndtes i Reglen om Aftenen Kl. 9 og sluttedes den paafølgende Morgen Kl. 9. Ved enkelte Forsøg er der dog afveget noget derfra. Tiden til et Forsøg er angivet i den med Timer betegnede Rubrik. Under «Fri» er angivet Tykkelsen af Isen, der dannedes paa den frie Vandoverflade, under «Sort» den, der dannedes under den sværtede Tallerken, og under «Blank» den, der dannedes under den blanke Tallerken. Forskellen mellem de to sidste Istykkelser er angivet under $a - a_0$. Endelig er under 60 S angivet Udstraalingen fra en sværtet Plade, beregnet af den foran staaende Formel. De Tal, som ere anførte i denne Rubrik, angive altsaa den Varmemængde, som er udstraalt i et Minut fra en sværtet Plade, hvis Areal er en Kvadratcentimeter. I Virkeligheden vil dog den her fundne Værdi være for lille, da de omgivende Bygninger betydeligt ville formindske Udstraalingen.

Udstraalingens Indflydelse paa Isdannelsen fremgaar meget klart af Tabellen, og man ser, at den er betinget af Himlens Tilstand; den 2den og 3die Januar var Himlen overtrukket, Udstraalingen ringe, derimod er Udstraalingen stærk den 30te December og den 15de Januar, samtidig med at Himlen var næsten klar. Paa Grund af Himlens meget foranderlige Tilstand hos os, er det dog næppe muligt at uddrage bestemtere Resultater af de foreliggende Iagttagelser.

Skulle saadanne Iagttagelser blive af virkelig Betydning for Meteorologien, maa de anstilles paa Steder, hvor Himlens Tilstand ikke forandrer sig hurtigt, og helst hvor Luften kun indeholder en yderst ringe Mængde Vanddamp. Det synes mig, at man i den Henseende navnlig maatte have Opmærksomheden henvendt paa de arktiske Egne, og dette har foranlediget, at jeg har henvendt mig til Hr. Professor Johnstrup, som ogsaa med stor Redebonhed er gaaet ind derpaa, saaledes at jeg har Haab om, at saadanne Iagttagelser ville blive udførte paa den Expedition, som i dette Foraar udsendes til Østgrønland. Saavel af Hensyn hertil, som fordi jeg nærer det Haab, at den Slags Iagttagelser muligvis maa blive anstillede af andre, skal jeg her tilføje et Par Ord om den Fremgangsmaade, som jeg anser det for heldigst at benytte.

Paa en Vandbeholder af tilstrækkelig Størrelse, der fyldes med Vand til Randen, lader man 4 Metaltallerkener svømme; de maa helst være af tyndt Messingblik, med tilloddet Rand, 10 Tommer i Diameter, og forsølvede. De to af dem holdes blanke, den tredje sværtes i en stærkt sodende Flamme, jeg har ofte dertil anvendt en Petroleumssflamme; man kan dog ogsaa sværte den med Kønrog, som udrøres i Guldfernis; i den fjerde heldes lidt Vand, saaledes at der dannes et tyndt Islag. Det synes nemlig, at Isen ligesaavel som Vandet har en Udstraalingsevne, der i hvert Fald ikke er kendeligt ringere end Kønrogs Udstraalingsevne. Hvorlænge et Forsøg skal vare, maa tildels afhænge af Luftens Varmegrad; jo koldere Luften er, desto kortere Tid behøves der til et Forsøg; jeg tror ikke, at det vil være heldigt at lade Islaget blive mere end 2 Tommer eller 5 Centimeter tykt. Under Forsøget maa Luftens Tilstand, Fugtighedsgrad og især Temperaturen angives. Den maa maales saa tidt, at man kan angive Middelværdien θ under Forsøget med en Nøjagtighed af $\frac{1}{10}$ Grad.

De Størrelser, som blive at iagttage, ere altsaa:

1. Himlens Tilstand, Luftens Fugtighedsgrad og Vindens Styrke og Retning.
2. Luftens Temperatur, vel hver Time; af denne beregnes Middeltemperaturen θ .
3. Tykkelsen af den frie Is A . Tykkelsen af Isen, maalt under Tallerkenernes Midtpunkt; taget i den ovenangivne Orden kunne vi kalde dem A, B, C, D, E . Heraf beregnes

$$a_0 = \frac{1}{2}(B + C), \quad a = \frac{1}{2}(D + E).$$

Hertil knyttes nu følgende Beregninger, som helst maa udføres umiddelbart efter at Forsøgene ere anstillede.

1. Er t den til Forsøget anvendte Tid i Minutter, bliver Udstraaalingen, S , i et Minut tilnærmelsesvis angivet ved

$$S_1 = \frac{73.3(a - a_0)}{t} \dots \dots \dots (1)$$

2. Antages med Stefan, at Isens Varmeledningsevne K med Minut som Tidsenhed er 0.252, faas $\varphi = 145$; man bestemmer da en Størrelse F , som er udtrykt ved

$$F = \frac{-\theta t + 145 a a_0}{-\theta t - 145 a_0^2} \dots \dots \dots (2)$$

3. Man kan nu bestemme S nøjagtigere, idet man ifølge III har, at

$$S = F S_1 \dots \dots \dots (3)$$

4. Endelig faas af II, at

$$h = \frac{2\varphi K a_0}{-\theta t - \varphi a_0^2} = \frac{L\rho a_0}{-\theta t - \varphi a_0^2} = \frac{73.3 a_0}{-\theta t - 145 a_0^2} \dots \dots \dots (4)$$

Størrelsen h angiver, hvor megen Varme Isen afgiver til Luften, naar Isens Overflade er 1° C. varmere end Luften; den vil sikkert nok vise sig forskellig ved forskellige Forsøgsrækker fordi Luftens Bevægelsestilstand vil have stor Indflydelse paa den. Er det en stærk Blæst, vil h kunne blive meget større end i stille Vejr. Dette ses tydeligt af Tabellen. Den 29de og den 30te December var Luftens Temperatur omtrent den samme, alligevel dannedes der den første Nat 1.90 Cm. Is, den anden

Nat kun 0.55 Cm. Is. Forklaringen heraf ligger i, at Vindens Styrke den første Nat var imellem 2 og 3, den anden derimod kun 1.

Endnu skal bemærkes, at disse Forsøg helst maa anstilles paa et Sted, hvor Horizonten er muligst fri; tillade Forholdene ikke dette, maa man ved Vinkelmaaling fra Jagttagesstedet angive den virkelige Synskredses omtrentlige Begrænsning.
